

진동수 목적함수를 이용한 텐세그리티 시스템의 형상탐색기법

이승혜¹ · 이재홍² · 강주원^{3*}

¹조교수, 세종대학교, 건축공학과, ²교수, 세종대학교, 건축공학과, ³교수, 영남대학교, 건축학부

Form-finding of Tensegrity Systems by using Frequency Constraints

Lee, Seung Hye¹, Lee, Jae Hong², Kang, Joo Won^{3*}

¹Assistant Professor, Department of Architectural Engineering, Sejong University, Seoul, 05006, Korea

²Professor, Department of Architectural Engineering, Sejong University, Seoul, 05006, Korea

³Professor, School of Architecture, Yeungnam University, Gyeongsbuk, 38541, Korea

Abstract - In this study, a form-finding method of tensegrity systems by using the force density method combined with the stiffness matrix method was presented. Numerous studies have been made on form-finding methods of the tensegrity systems. However, these methods are limited in the tensegrity systems with multiple null space of the equilibrium matrix. The proposed method can uniquely define a single integral feasible set of force densities for the structures. In order to draw maximum natural frequency that can lead a maximum stiffness of the tensegrity systems, a constrained maximization problem is formulated in the genetic algorithm. Several numerical examples are presented to prove efficiency in searching for self-equilibrium configurations of tensegrity systems with multiple self-stress states. A good performance of the proposed method has been shown in the results.
Keywords - Tensegrity system, Form-finding method, Stiffness matrix method, Force density method, Genetic algorithm

1. 서론

텐세그리티 시스템(Tensegrity system)은 자기응력(Self-stress)을 가지고 전체 구조물의 강성을 유지하는 핀 접합 구조물(Pin-jointed structure)의 특수한 형태 중 하나이다^[1]. 텐세그리티의 다양한 정의 중 하나로써, Pugh^[2]는 “연속의 인장재 안에 불연속의 압축재가 결합하여 이루어지는 구조물”이라 명하였다. 텐세그리티 시스템의 설계는 크게 형상탐색(Form-finding), 구조 안정성(Structural stability) 평가, 해석단계(Load analysis)의 세 단계로 이뤄진다^[3]. 자기평형상태(Self equilibrium state)를 유지하기 위해서는 텐세그리티 시스템의 역학적 매개변수(Mechanical parameter)

와 기하학적 매개변수(Geometrical parameter), 즉 각 부재의 내력과 각 절점의 좌표를 결정하여야 하며 두 변수를 결정하는 중요한 과정을 형상탐색이라 할 수 있다^[4]. Fig. 1의 (a)를 보면 한 인장 부재가 내력이 없어 전체 구조물이 불안정상태인 것을 알 수 있으며 (b)는 자기평형상태를 이룬 텐세그리티 구조물을 나타내고 있다.

형상탐색 기법은 크게 운동학적 기법(Kinematical method)과 정적 기법(Statical method)의 두 가지로 나눌 수 있다. 이 중 운동학적 접근은 압축재의 길이를 고정한 채 인장재의 길이를 최소화 하거나 혹은 그 반대의 방법으로 구조물의 안

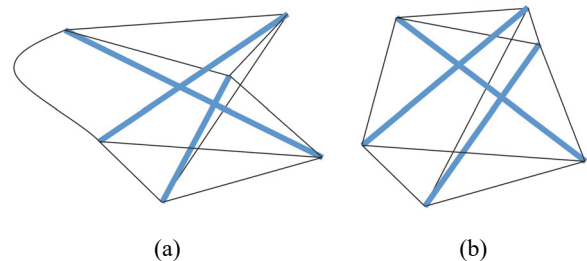


Fig. 1. A structural principle of the tensegrity system: (a) illustrations of an unstable state and (b) a self equilibrium state

Note.-Discussion open until April 29, 2017. This manuscript for this paper was submitted for review and possible publication on April 20, 2016; revised August 3, 2016; approved on August 7, 2016.

Copyright © 2016 by Korean Society of Steel Construction

*Corresponding author.

Tel. +82-53-810-2429 Fax. +82-53-810-4625

E-mail. kangj@ynu.ac.kr

정 상태를 유도하는 기법이다. 이와 다르게 정적 기법은 구조물이 평형을 이루는 형태(Equilibrium configuration)와 부재의 내력 사이의 관계를 결정하는 것으로 다양한 방법을 사용하여 형상탐색과정을 수행할 수 있다. 가장 보편적인 기법 중 하나는 내력밀도법(Force density method)으로 형상탐색 과정에서 선형방정식만 필요하기 때문에 매우 효과적이다^[5].

내력밀도법을 사용하여 텐세그리더 구조물의 형상탐색과정을 수행한 연구는 지난 수십 년 동안 계속되어 왔다. 1971년, 케이블 넷(Cable net)에 대해 내력밀도법을 사용한 형상탐색기법^[6]이 제안된 이후로 진보한 많은 기법들이 소개되었다^{[7],[8],[9],[10]}. 하지만 복수의 자기응력 상태(Multiple-self-stress states)를 갖는 텐세그리더에 대한 형상탐색 기법제안은 비교적 제한된다. 형상탐색 과정의 역학적 매개변수는 각 부재의 내력밀도이며 기하학적 매개변수는 각 절점의 좌표이다. 한 개의 자기응력 상태를 갖는 텐세그리더 구조물의 형상탐색과정은 복수의 그것보다 단순하다. 하지만 복수의 자기응력 상태를 갖는다면 그중 최적의 결과 값을 도출하는 과정을 수반해야 한다. 국내에서는 아직 텐세그리더 시스템에 대한 인식이 부족하며 소수의 연구그룹만이 이 분야에 대한 연구를 진행하고 있다^{[11],[12],[13]}.

본 연구에서는 내력밀도법을 기반으로 하는 텐세그리더 구조물의 형상탐색 기법을 제안한다. 이전 연구에서 제한적이었던 복수의 자기응력 상태를 갖는 텐세그리더에 대해 초점을 맞추었으며, 이때 유전 알고리즘(Genetic algorithm)을 사용하여 최적의 내력밀도 값을 도출해 낼 수 있다. 유전 알고리즘은 다윈이 제안한 유전공학의 원리를 컴퓨터 해석 기법에 도입하여 지금까지 여러 연구자들에 의해 사용되어 왔다. 특히 유전 알고리즘은 최적화 문제에 탁월한 효과를 보였다^{[14],[15]}. 이러한 최적화 문제들은 전체 구조물의 중량을 줄이거나 각 부재의 단면 크기를 줄이는데 초점을 맞추고, 혹은 전체 형상을 최적화하는 것을 목적으로 한다. 본 연구에서 제안하는 형상탐색 기법은 이들과 다른 것으로 텐세그리더의 자기응력 상태를 찾고 이와 대응하는 각 부재의 내력과 각 절점의 좌표를 찾는 것이다. 특히 복수의 자기응력 상태를 갖는 텐세그리더 시스템의 형상탐색을 목표로 한 것이야말로 큰 차이점이라 할 수 있다. 유전 알고리즘의 핵심은 목적함수(Fitness function)로써 이 목적함수를 어떻게 제안하느냐에 따라 전체 알고리즘에 대한 효율성 및 정확도가 달라진다. 본 연구에서는 강성행렬법(Stiffness matrix

method)으로 도출한 고유진동수(Natural frequency)를 최대화하는 방향으로 유도된다. 이를 통해 구조물의 최대 강성을 얻을 수 있으며 결국 복수의 자기응력 상태를 갖는 텐세그리더 구조물에서 최적의 형상탐색 결과를 도출할 수 있다. 제안된 기법의 효율성을 입증하기 위해 2차원 및 3차원의 다양한 텐세그리더 예제를 수행하였다.

2. 내력밀도법

2.1 평형방정식

각 부재의 내력밀도 값은 부재 내력을 길이로 나누어 구할 수 있으며, k 부재의 내력밀도 값은 다음과 같이 구성할 수 있다^[7].

$$q_k = \frac{f_k}{l_k} \quad (1)$$

여기서, q_k 는 k 번째 부재의 내력밀도이며, f_k 와 l_k 은 각각 k 부재의 내력과 길이를 뜻한다. 식 (1)을 사용하여 구조물의 내력밀도 행렬(force density matrix) D 를 구할 수 있으며, 내력밀도 행렬과 각 절점의 좌표로 구성된 평형방정식(equilibrium equation)은 다음과 같다^[16].

$$\begin{bmatrix} D & 0 & 0 \\ 0 & D & 0 \\ 0 & 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

만일 n 개의 자유절점을 갖는 텐세그리더 시스템을 가정하면 내력밀도 행렬은 $n \times n$ 크기로 구성되며 각 부재의 내력밀도 벡터를 사용하여 아래와 같이 구성할 수 있다^[17].

$$D_{(i,j)} = \begin{cases} -q_k & \text{if nodes } i \text{ and } j \text{ are connected by member } k \\ \sum_{k \in \Omega} q_k & \text{for } i=j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

식 (3)의 부재 k 는 양단의 절점 i 와 j 로 연결되며, Ω 는 절점 i 에 접하는 부재의 세트를 뜻한다. 직교좌표계(Cartesian coordinate system) $O-xyz$ 에 따라 식 (2)의 좌표를 구성할 수 있으며, $[3n \times 1]$ 크기를 갖는 절점 좌표 벡터(Nodal

coordinate vector)는 아래와 같다.

$$x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T \quad (4)$$

$$y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}^T \quad (5)$$

$$z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}^T \quad (6)$$

식 (2)의 내력밀도 행렬 D 는 연결행렬(Connectivity matrix) C 를 사용하여 구성할 수 있으며, 이를 통해 두 번째 평형방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$Aq = 0 \quad (7)$$

식 (7)의 행렬 A 는 평형 행렬(Equilibrium matrix)로 각 부재의 내력밀도로 구성 된 q 벡터와 함께 평형방정식을 이룬다. 결국 첫 번째 평형방정식 식 (2)는 내력밀도 행렬과 각 절점의 좌표의 상관관계를 보여주며, 두 번째 평형방정식인 식 (7)은 평형 행렬과 q 벡터의 상관관계를 보인다.

2.2 복수의 자기응력 상태

텐세그리티 시스템은 자기평형상태를 만족하기 위해 rank deficiency condition이 필요하다^[18]. d 차원의 텐세그리티 구조물의 내력밀도 행렬 D 의 rank deficiency condition(n_D)은 다음과 같다.

$$n_D \geq d + 1 \quad (8)$$

여기서 n_D 는 $n - r_D$ 의 개수와 같으며, r_D 는 행렬 D 의 고유치 분해(Eigenvalue decomposition)과정을 통해 얻은 대각행렬(Diagonal matrix)의 고유 값(Eigenvalue)들 중 영(零)공간(Null-space) 개수를 뜻한다. 결국 식 (8)은 이 고유 값 중 최하위 $d + 1$ 개 이상의 값이 0이 될 때 평형방정식을 만족하며 그에 대응하는 좌표 값을 얻을 수 있다는 뜻이 된다.

평형 행렬 A 의 rank deficiency condition(n_A)에서는 텐세그리티 구조의 자기응력 상태의 개수를 얻을 수 있다. b 개의 부재로 이루어진 텐세그리티 시스템의 자기응력 상태 개수는 아래와 같다.

$$n_A = b - r_A \quad (9)$$

여기서 r_A 는 평형 행렬 A 의 특이 해 분리(Singular value decomposition) 과정을 통해 얻은 대각행렬에서 비 음수(Non-negative) 특이 해(Singular value)의 개수이다. n_A 값은 자기응력의 독립상태 개수(number of independent states of self-stress)를 뜻하는 s 의 값과 같으며 평형 행렬 A 의 특이 해 분리(Singular value decomposition) 과정을 통해 얻은 대각행렬의 0의 개수와 일치한다^[19].

각 부재의 내력밀도 값으로 인해 자기평형 상태를 갖는 텐세그리티 시스템은 $s > 0$ 의 s 값을 가지며 이러한 상태를 부정정(Statically indeterminate)이라 한다. 그중에서도 한 개의 자기응력 상태를 갖는 $s = 1$ 의 경우보다 복수의 자기응력 상태를 갖는 $s \geq 2$ 경우는 그중 최적의 결과 값을 도출하는 과정을 수반해야 한다.

3. 강성행렬법

3.1 접선강성행렬

텐세그리티 구조는 선형강성행렬(Linear stiffness matrix)과 기하학적 강성행렬(Geometrical stiffness matrix)의 합으로 접선강성행렬(Tangent stiffness matrix)을 나타낼 수 있다^[20]. 임의 부재의 선형강성행렬 \bar{K}_E 와 기하학적 강성행렬을 \bar{K}_G 의 합으로 접선강성행렬 \bar{K}_T 를 표현하면 다음과 같다.

$$\bar{K}_T = \bar{K}_E + \bar{K}_G \quad (10)$$

각 부재에 축 방향 내력만 존재한다고 가정하면, 선형강성행렬과 기하학적 강성행렬은 다음과 같이 표현할 수 있다^[21].

$$\bar{K}_E = \frac{E_k A_k}{l_k} \begin{bmatrix} I_E - I_E \\ -I_E \quad I_E \end{bmatrix} \quad ; I_E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\bar{K}_G = \frac{f_k}{l_k} \begin{bmatrix} I_G - I_G \\ -I_G \quad I_G \end{bmatrix} \quad ; I_G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서 E_k 와 A_k 는 각각 부재의 탄성계수(Elastic modulus)

와 단면적(Section area)를 뜻한다.

3.2 고유 값 문제

감쇠(Damping)와 외부하중이 없다고 가정하면, 구조물의 변위를 사용한 운동방정식(Equation of motion)은 아래와 같다.

$$M \ddot{u} + K_T u = 0 \tag{13}$$

결국 구조물의 진동수를 구하는 비 감쇠 자유진동(Undamped free vibration)의 식은 다음과 같이 고유 값 문제(Eigenvalue problem)로 나타낼 수 있다.

$$[K_T - \omega^2 M]u = 0 \tag{14}$$

여기서 고유 값(Eigenvalue) ω^2 은 구조물의 진동수를 뜻하며 u 는 대응하는 고유 벡터(Eigenvector)로 변위를 뜻한다. 식 (14)의 M 행렬은 전체 구조물의 질량 행렬(Global mass matrix)을 뜻하며, 각 부재의 질량행렬은 아래와 같이 표현된다.

$$\bar{M} = \frac{\rho_k A_k l_k}{6} \begin{bmatrix} 2I_G & I_G \\ I_G & 2I_G \end{bmatrix} \tag{15}$$

4. 형상탐색 알고리즘

4.1 목적함수

본 연구에서는 구조물의 강성을 최대로 이끌어 내기 위해 유전 알고리즘을 도입하였다. 유전 알고리즘은 다윈의 진화 과정에 기초한 최적화 기법으로 존 홀랜드(John Holland)에 의해 1975년에 개발되었다^[22]. 이 유전 알고리즘은 형상 탐색 과정에서 텐세그리티 구조물의 설계 목적에 맞게 제약 조건을 설정하고, 이렇게 설정된 제약조건에 의해 구속되는 목적함수를 구성한다. 목적함수의 식은 아래와 같다.

$$\text{Maximum: } \omega_1 \tag{16}$$

형상탐색의 매개변수는 텐세그리티의 각 부재의 응력이며, 유전 알고리즘 반복과정을 통해 최대 고유진동수를 얻는

다. 결과적으로 대응하는 부재의 하중 값이 자기응력 평형상태의 하중 값을 뜻하며, 이는 평형상태 제약조건으로 입증하였다. 제약조건은 아래와 같이 평형방정식(식 (2))의 우변 값이 0으로 수렴하는 방향으로 구성되며 이때 ϵ 값은 허용오차(Tolerance)를 의미한다.

$$\text{Subject to : } \| D[x \ y \ z] \| \leq \epsilon \tag{17}$$

식 (16)을 사용하여 고유진동수의 최댓값을 이끌어 냈으므로 얻는 강성의 최댓값은 텐세그리티 시스템의 안정 상태나 혹은 평형 방정식의 만족 여부를 의미하지 않는다. 때문에 식 (17)과 같은 제약조건으로 유전 알고리즘의 반복과정의 방향을 결정해 주는 것이며, 이를 통해 각 과정에서 제약조건을 만족하는 고유진동수의 최댓값을 이끌어 낼 수 있다.

4.2 형상탐색 과정

제안 기법을 사용하여 형상탐색 결과 값을 얻는 과정은 아래와 같이 진행된다 (Fig. 2).

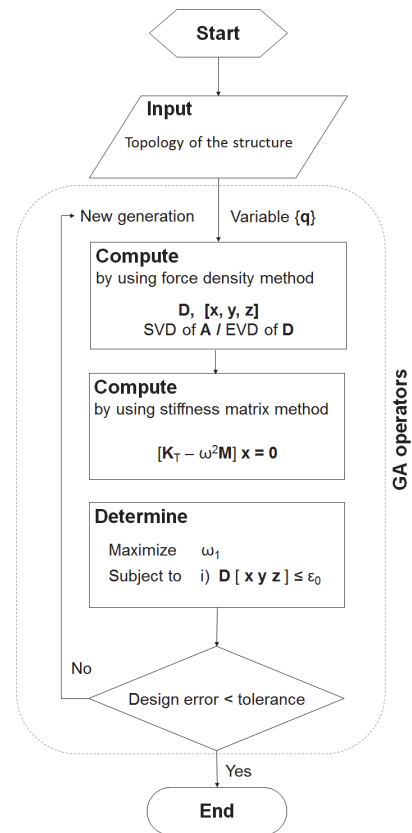


Fig. 2. Flow chart of the proposed form-finding method

4.2.1 초기화

(1) 초기 입력 값은 각 부재의 연결(Connectivity of nodes) 상태와 부재 별 압축재 및 인장재 설정이 필요하다. 또한 점선강성행렬 및 질량행렬 계산을 위해 재료특성이 추가로 필요하다.

4.2.2 반복

(2) 다음 세대의 내력밀도 값을 사용하여 식 (2)의 평형방정식을 구성한다.

(3) (2)번 과정을 통해 얻은 내력밀도 값과 부재의 재료특성 값을 사용하여 식 (13)의 고유 값 문제를 구성한다.

(4) 식 (15)의 제약조건을 만족할 때 까지 유전 알고리즘을 반복하며 식 (14)의 목적함수를 얻는다.

4.2.3 종료

(5) 평형상태에 도달한 최대 고유진동수 값을 얻으며 반복 과정을 종료한다.

5. 수치해석 예제

제안 기법의 효율성을 입증하기 위해 두 개의 텐세그리티 예제를 수행하였다. 고유 값 문제에 사용되는 각 부재의 특성은 모두 1 단위 값($A=1, E=1, \rho=1$)으로 설정하였다. 여기서 ρ 는 재료의 밀도 값을 뜻한다. 초기 입력 값은 각 부재의 연결과 부재 지정(인장재 혹은 압축재)이며 형상탐색 과정을 통해 평형상태에서의 각 부재의 내력밀도 값과 좌표 값을 얻을 수 있다.

5.1 3D six strut tensegrity

3D six strut tensegrity는 총 24개의 인장재(케이블; Cable)와 6개의 압축재(스트럿; Strut)으로 이루어져있다. 각 부재의 연결은 Fig. 3과 같으며, 두꺼운 선은 압축재를 뜻한다. rank deficiency 검토 과정을 통해 본 예제가 두 개의 자기응력 상태를 갖는 $s=2$ 라는 값을 얻을 수 있다.

선행연구^[23]와의 비교를 위해 동일한 그룹 조건을 부여하였으며 총 4개의 그룹으로 설정하였다. 제안된 형상탐색기법을 사용하여 얻은 결과는 Table 1에 나타내었다.

30개의 부재는 Table 1에서 나타낸 것과 같은 부재 그룹

으로 설정하였으며 그에 따른 내력밀도 값을 얻을 수 있었다. 이전 연구에서 사용한 기법과 제안된 기법을 사용하여 얻은 내력 밀도 값은 약간의 차이가 있다. 이는 고유진동수

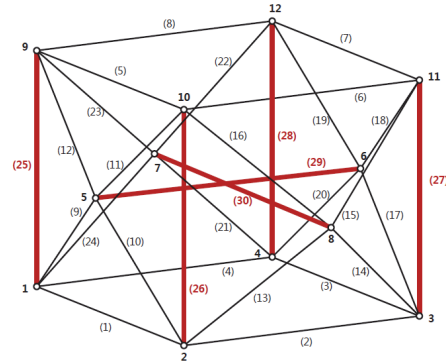


Fig. 3. The connectivity of the 3D six-strut tensegrity

Table 1. Comparison of the force densities obtained by the proposed method and those of Tran and Lee^[23]. The 3D six strut tensegrity. Normal scale.

| Case | Member k | Force density q_k |
|------------------------------|------------|---------------------|
| Tran and Lee ^[23] | 1-8 | 1.00 |
| | 9-24 | 1.62 |
| | 25-28 | -1.62 |
| | 29-30 | -2.24 |
| Present study | 1-8 | 1.00 |
| | 9-24 | 1.28 |
| | 25-28 | -1.28 |
| | 29-30 | -1.21 |

| Case | Natural frequency ω_1 | Euclidean norm $\ q\ $ |
|------------------------------|------------------------------|------------------------|
| Tran and Lee ^[23] | 0.176 | 8.39 |
| Present study | 0.264 | 6.61 |

| Case | Member k | Force density/norm $q_k / \ q\ $ | Length l_k |
|------------------------------|------------|----------------------------------|--------------|
| Tran and Lee ^[23] | 1-8 | 0.12 | 0.37 |
| | 9-24 | 0.19 | 0.49 |
| | 25-28 | -0.19 | 0.38 |
| | 29-30 | -0.27 | 1.20 |
| Present study | 1-8 | 0.15 | 0.41 |
| | 9-24 | 0.19 | 0.55 |
| | 25-28 | -0.19 | 0.69 |
| | 29-30 | -0.18 | 1.16 |

| Case | Elastic energy $\sum (q_k / \ q\)^2 l_k^2$ |
|------------------------------|---|
| Tran and Lee ^[23] | 0.387 |
| Present study | 0.373 |

값으로 비교하여 설명할 수 있다. 제안된 기법을 사용한 형상탐색 결과 중 고유진동수를 비교해 보면 이전 연구의 그것보다 더 큰 값을 얻을 수 있었다. 제안된 기법은 $\omega_1 = 0.264$ Hz의 고유진동수를 얻은 반면에, 이전 연구는 $\omega_1 = 0.176$ Hz의 고유진동수를 얻었다. 이는 제안된 기법을 사용하여 선행 연구보다 우수한 형태를 얻을 수 있다는 것을 의미하며, 그만큼 더 강성이 우수한 구조물을 뜻한다.

좀 더 공정한 비교를 위해 Table 1에 탄성포텐셜에너지 (Elastic potential energy) 값을 제시하였다. 변형에너지 밀도는 부재 단면적과 탄성계수 값을 동일하게 설정하였을 때 길이의 제곱과 내력밀도의 제곱을 곱한 값을 모두 더한 것과 비례한다 ($U \propto \sum_{i=1}^b l_i^2 q_i^2$)^[10]. 같은 조건에서 탄성포텐셜에너지 비교를 위해 각 부재의 내력밀도는 유클리드 노름(Euclidean norm)으로 나눈 값을 사용하였다. 유클리드 노름으로 나눈 내력밀도 값과 대응하는 부재 길이를 Table 1에서 알 수 있으며 이렇게 얻은 탄성포텐셜에너지 값은 이전 연구는 0.387, 본 연구는 0.373으로 더 우수한 에너지 값을 얻을 수 있었다. 결국 제안된 기법을 사용하여 얻은 형상탐색 결과가 더 효율적이라는 것을 입증한 것이며, 그에 따른 최종 텐세그리티 형상은 Fig. 4의 (b)에서 볼 수 있다. 이전연구의 텐세그리티 형상(Fig. 4(a))과 비교하였을 때 조금 다른 형상을 얻을 수 있었으며 이는 제안된 모델에 해당하는 결과이다.

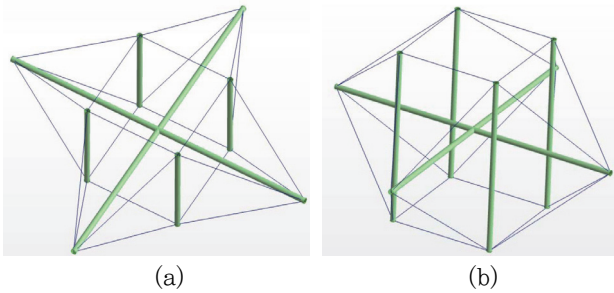


Fig. 4. The obtained geometry of the 3D six-strut tensegrity (a) Tran and Lee^[23], (b) presented study

5.2 3D expended octahedron

두 번째 예제는 3D expended octahedron으로 총 36개의 부재로 이루어져있다 (Fig. 5). 전형적인 expendable octahedron 텐세그리티와 형상은 동일하지만 6개의 케이블이 추가되었다. 이로 인해 $s = 1$ 을 갖는 기존의 expendable octahedron 텐세그리티와는 달리 총 6개의 자기평형 응력상태를 갖는다 ($s = 6$).

복수의 자기응력상태를 갖는 구조물에서는 최종적으로 한 개의 형상탐색 결과를 얻기 까지 추가의 과정이 필요하다. 하지만 본 연구에서는 유전 알고리즘을 사용하여 최대의 고유진동수 값을 도출하는 과정을 반복함으로써 쉽게 내력밀도 세트와 그에 대응하는 좌표 값을 얻을 수 있다.

Table 2에서는 선행연구와 제안된 기법과의 형상탐색 결과를 비교하였다. 동일한 조건을 부여하기 위해 선행연구와 동일한 방법으로 세 개의 그룹을 지정하였으며 해당하는 부재는 Table 2에서 보여주고 있다.

선행 연구의 결과 값을 입력하여 얻은 고유진동수 값은 $\omega_1 = 0.183$ 이며 제안된 기법을 사용한 결과 값으로 얻은 고유진동수 $\omega_1 = 0.272$ 보다 낮은 값을 보인다. 두 번째 예제에서도 고유진동수가 높은 값으로 형상탐색결과를 유도함으로써 효율적인 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있으며 이는 Table 2의 탄성포텐셜에너지 값 비교에서도 알 수 있다. 제안된 기법을 통해 얻은 0.261값에 비해 선행 연구가 갖는 탄성포텐셜에너지 값 0.518은 거의 두 배임을 알 수 있으며, 내력밀도

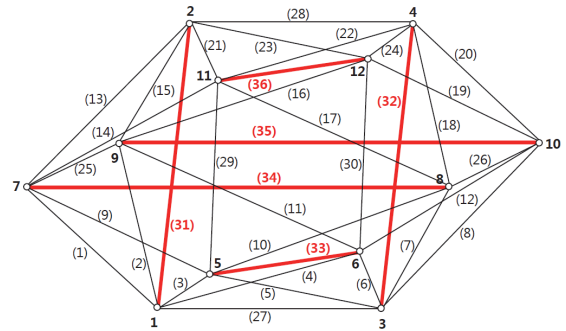


Fig. 5. The connectivity of the expanded octahedron tensegrity with 36 elements ($s=6$)

Table 2. Comparison of the force densities obtained by the proposed method and those of Tran and Lee^[23]. The 3D expended octahedron. Normal scale.

| Case | Member k | Force density q_k |
|------------------------------|------------------------------|------------------------|
| Tran and Lee ^[23] | 1-24 | 1.00 |
| | 25-30 | 0.41 |
| | 31-36 | -1.59 |
| Present study | 1-24 | 1.00 |
| | 25-30 | 0.36 |
| | 31-36 | -0.07 |
| Case | Natural frequency ω_1 | Euclidean norm $\ q\ $ |
| Tran and Lee ^[23] | 0.183 | 6.33 |
| Present study | 0.272 | 4.98 |

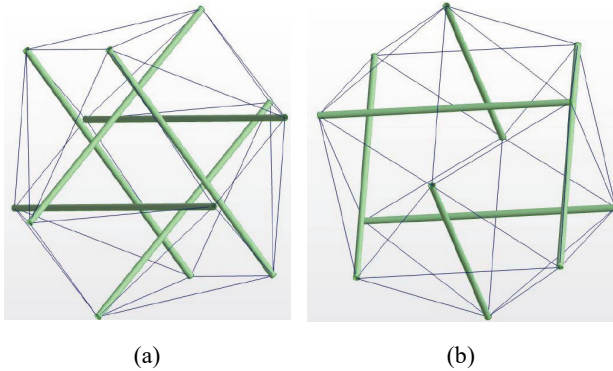


Fig. 6. The obtained geometry of the 3D expanded octahedron (a) Tran and Lee^[23], (b) presented study

값에서도 차이를 보인다. 최종적으로 얻은 텐세그리티 형상은 Fig. 6에 제시하였다.

6. 결론

본 연구에서는 내력밀도법을 기반으로 한 최적의 형상탐색 기법을 제시하였다. 기존의 형상탐색 기법들은 한 개의 자기응력을 갖는 텐세그리티 구조물에 초점을 맞추었으나 본 연구는 복수의 자기응력 상태를 갖는 텐세그리티 구조물에 대해서도 형상탐색이 가능한 기법을 제안하였다. 복수의 내력밀도 세트 중에서 최적의 내력밀도 값을 도출하기 위해 유전 알고리즘을 사용하여 반복과정을 수행하였으며 이 때 구조물의 고유진동수를 최대로 하는 쪽으로 결과 값을 유도하였다. 이로 인해 구조물의 강성이 최대로 되는 결과 값을 얻을 수 있었다.

제안 기법의 효율성을 입증하기 위해 두 개의 텐세그리티(3D six strut tensegrity, 3D expanded octahedron)에 대한 수치해석 예제를 수행하였으며 동일한 조건에서 선행 연구의 결과 값과 비교하였다. 고유진동수, 탄성포텐셜에너지 및 내력밀도 값의 비교를 통해 제안 기법의 형상탐색 결과가 우수하다는 것을 확인할 수 있었다. 무엇보다 추가의 선별과정이 필요한 복수의 자기응력 상태를 갖는 텐세그리티 시스템에 대해 손쉽게 결과를 도출할 수 있다는 점이 본 연구의 핵심이다. 추후 더욱 발전된 형상탐색 기법을 연구하여 부재의 자동선별과정(Cable-strut labeling), 자동 그룹핑(Automatic grouping)과정을 수행한다면 한 단계 높은 수준의 연구가 될 것으로 사료된다.

감사의 글

본 논문은 교육 과학기술부 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업(2015R1C1A2A01055897)의 지원으로 이루어졌습니다.

참고문헌(References)

- [1] Raj, R.P., and Guest, S.D. (2006) Using Symmetry for Tensegrity Form-Finding, *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, IASS, Vol.47, pp.245-252.
- [2] Pugh, A. (1976) *An Introduction to Tensegrity*, University of California Press, USA.
- [3] Tibert, A.G., and Pellegrino, S. (2011) Review of Form-Finding Methods for Tensegrity Structures, *International Journal of Space Structures*, Sage, Vol.26, No.3, pp.241-255.
- [4] Schenk, M. (2005) *Statically Balanced Tensegrity Mechanisms: A Literature Review*, Delft University of Technology, Netherlands.
- [5] Schek, H.-J. (1974) The Force Density Method for Form Finding and Computation of General Networks, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier, Vol.3, No.1, pp.115-134.
- [6] Linkwitz, K., and Schek, H.-J. (1971) Einige Bemerkungen Zur Berechnung von Vorgespannten Seilnetzkonstruktionen, *Ingenieur-Archiv*, Springer, Vol.40, No.3, pp.145-158 (in German).
- [7] Vassart, N., and Motro, R. (1999) Multiparametered Form-finding Method: Application to Tensegrity Systems, *International Journal of Space Structures*, Sage, Vol.14, No.2, pp.147-154.
- [8] Masic, M., Skelton, R.E., and Gill, P.E. (2005) Algebraic Tensegrity Form-Finding, *International Journal of Solids and Structures*, Elsevier, Vol.42, No.16, pp.4833-4858.
- [9] Zhang, J.Y., and Ohsaki, M. (2006) Adaptive Force Density Method for Form-Finding Problem of Tensegrity Structures, *International Journal of Solids and Structures*, Elsevier, Vol.43, No.18, pp.5658-5673.
- [10] Estrada, G.G., Bungartz, H.-J., and Mohrdieck, C. (2006) Numerical Form-Finding of Tensegrity Structures. *International Journal of Solids and Structures*, Elsevier, Vol. 43, No.22, pp.6855-6868.

- [11] 정우성, 이재홍(2011) 특이값 분해로 정식화 된 새로운 하중법을 이용한 입체 텐세그리티 형상 탐색, 한국강구조학회 학술발표대회 논문집, 한국강구조학회, pp.175-176.
Chung, W.S., and Lee, J.H. (2011) Form-Finding of Multi-Stage Tensegrity Structures by Using Singular Value Decomposition, *Proceedings of Annual Conference of Korean Society of Steel Construction*, KSSC, pp.175-176 (in Korean).
- [12] 우병현, 이재홍(2012) 멀티스테이지 텐세그리티 구조물의 비선형 해석, 한국강구조학회 학술발표대회 논문집, 한국강구조학회, pp.45-46.
Woo, B.H., and Lee, J.H. (2012) Nonlinear Analysis of Multistage Tensegrity Structure, *Proceedings of Annual Conference of Korean Society of Steel Construction*, KSSC, pp.45-46 (in Korean).
- [13] 이승혜, 이재홍(2013) 유전자 알고리즘을 이용한 다중 자기응력 상태 텐세그리티 시스템의 형상탐색, 한국강구조학회 학술발표대회 논문집, 한국강구조학회, pp.1-2.
Lee, S.H., and Lee, J.H. (2013) Form-Finding of Tensegrity Systems with Multiple States of Self-Stress Using Genetic Algorithm, *Proceedings of Annual Conference of Korean Society of Steel Construction*, KSSC, pp.1-2 (in Korean).
- [14] 손수덕, 이승재(2011) 실변수 유전자 알고리즘을 이용한 사인형 주름 웹 보의 최적구조설계, 한국강구조학회 논문집, 한국강구조학회, 제23권, 제5호, pp.581-593.
Shon, S.D., and Lee, S.J. (2011) Optimum Structural Design of Sinusoidal Corrugated Web Beam Using Real-Valued Genetic Algorithm, *Journal of Korean Society of Steel Construction*, KSSC. Vol.23, No.5, pp.581-593 (in Korean).
- [15] 최세휴(2006) 고등해석과 유전자 알고리즘을 이용한 반강접 강뿔대 구조물의 직접설계시스템의 최적화, 한국강구조학회논문집, 한국강구조학회, 제18권, 제6호, pp.707-715.
Choi, S.H. (2006) Optimization of Direct Design System of Semi-Rigid Steel Frames Using Advanced Analysis and Genetic Algorithm, *Journal of Korean Society of Steel Construction*, KSSC. Vol.18, No.6, pp.707-715 (in Korean).
- [16] Tran, H.C., and Lee, J. (2010) Advanced Form-Finding of Tensegrity Structures, *Computers and Structures*, Elsevier, Vol.88, No.3, pp.237-246.
- [17] Connelly, R., and Terrell, M. (1995) Globally Rigid Symmetric Tensegrities, *Structural Topology*, Université du Québec à Montréal, Vol.21, pp.59-78.
- [18] Pellegrino, S., and Calladine, C.R. (1986) Matrix Analysis of Statically and Kinematically Indeterminate Frameworks, *International Journal of Solids and Structures*, Elsevier, Vol.22, No.4, pp.409-428.
- [19] Pellegrino, S. (1993) Structural Computations with the Singular Value Decomposition of the Equilibrium Matrix, *International Journal of Solids and Structures*, Elsevier, Vol.30, No.21, pp.3025-3035.
- [20] Guest, S. (2006) The Stiffness of Prestressed Frameworks: A Unifying Approach, *International Journal of Solids and Structures*, Elsevier, Vol.43, No.3, pp.842-854.
- [21] Kebiche, K., Kazi-Aoual, M.N., and Motro, R. (1999) Geometrical Non-Linear Analysis of Tensegrity Systems, *Engineering Structures*, Elsevier, Vol.21, No.9, pp.864-876.
- [22] Holland, J.H. (1975) *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*, University of Michigan Press, USA.
- [23] Tran, H.C., and Lee, J. (2011) Form-Finding of Tensegrity Structures with Multiple States of Self-Stress, *Acta Mechanica*, Springer, Vol.222, pp.131-147.

요 약 : 본 연구에서는 내력밀도법과 강성행렬법을 결합한 방법을 사용한 텐세그리티 시스템의 형상탐색기법을 제안하였다. 텐세그리티 시스템의 형상탐색 기법에 대한 연구는 많은 연구자들에 의해 계속되어왔으나 그 기법들은 복수의 자기응력 상태를 갖는 시스템의 경우 한계가 있다. 제안 기법을 사용하면 복수의 자기응력상태를 갖는 텐세그리티 구조물에 대한 최적의 내력밀도 값을 결정할 수 있다. 텐세그리티 시스템의 최대 강성 값을 유도하기 위해 구조물의 고유진동수 값을 최대로 이끌어 내는 목적함수를 설정한 유전 알고리즘을 사용하였다. 다수의 평형상태를 갖는 텐세그리티 시스템의 자기평형 형태를 얻을 수 있는 본 기법에 대한 효율성을 입증하기 위해 수치해석 예제를 수행하였으며 이를 통해 만족하는 결과 값을 얻을 수 있었다.

핵심용어 : 텐세그리티 시스템, 형상탐색 기법, 강성행렬법, 내력밀도법, 유전 알고리즘
